

東大/国立選抜クラスサンプル問題

数 学

時間50分・100点満点

受験上の注意

1. 解答用紙には，受験番号・氏名を記入すること。
2. 解答は，解答用紙の所定のところに記入すること。
記入方法を誤ると得点にならない。
3. 定規，コンパス，分度器，電卓などの道具の使用は一切認めない。
4. 試験終了の合図とともに，解答用紙・問題用紙とも提出すること。

郁文館高等学校

1 次の問いに答えよ。

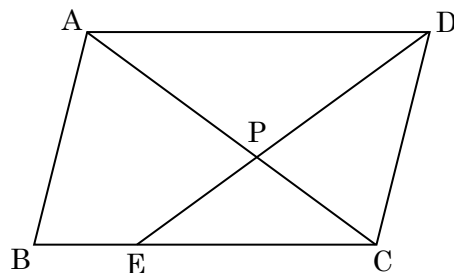
(1) $xy - x + y - 1$ を因数分解せよ。

(2) 関数 $y = ax + 1$ で、 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $b \leq y \leq 7$ である。このとき、 a 、 b の値をそれぞれ求めよ。ただし、 $a < 0$ とする。

(3) $\sqrt{\frac{720n}{7}}$ が整数となるような、最も小さい自然数 n を求めよ。

(4) 2 次方程式 $x^2 - 2(a + 2)x + 3a + 1 = 0$ の解の 1 つが $x = a$ であるとき、 a の値を求めよ。

(5) 図のように、平行四辺形 $ABCD$ の辺 BC 上に $BE : EC = 1 : 2$ となる点を E とし、 AC と DE の交点を P とする。 $\triangle PEC$ の面積が 4 cm^2 であるとき、平行四辺形 $ABCD$ の面積を求めよ。



- 2 郁子さんが、ある携帯電話会社で通話のみの携帯電話の契約プランを考えている。この携帯電話会社が提示したプランは以下の2つである。次の問いに答えよ。

Aプラン：携帯電話同士の1分あたりの通話料金は10円

Bプラン：携帯電話同士の1分あたりの通話料金は、最初の5分は5円、その後の15分間は8円、その後は15円

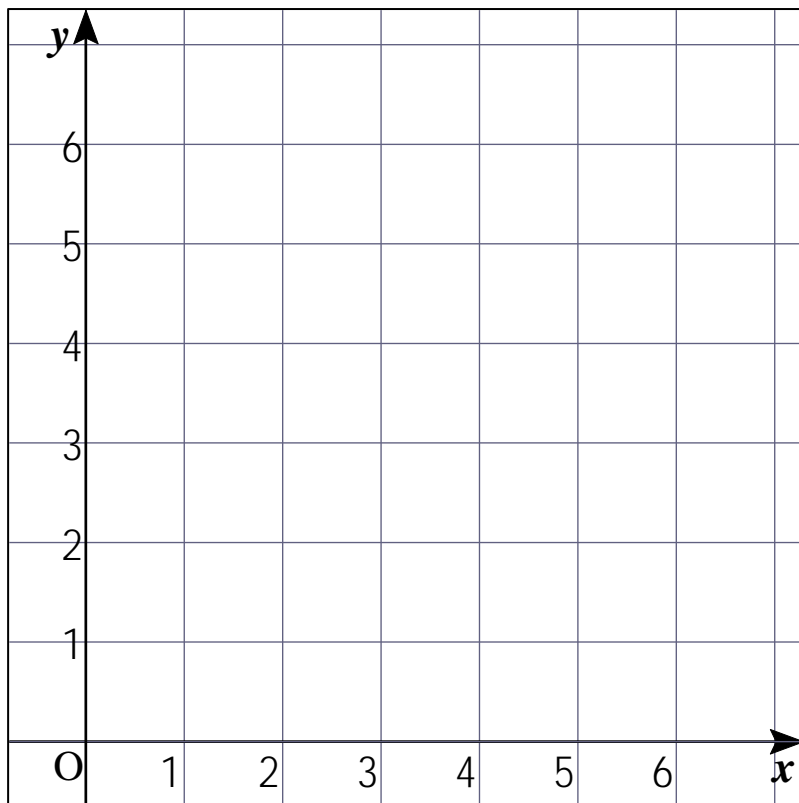
※Aプラン・Bプランともに、固定電話にかける場合の通話料金は、携帯電話にかける場合の通話料金の1.2倍となる。

- (1) 携帯電話同士で1回の通話をするとき、AプランでもBプランでも料金は同じである場合の通話時間は何分か。
- (2) Bプランで、携帯電話へ22分、固定電話へ10分通話をするとき、通話料金はいくらか求めよ。ただし、携帯電話・固定電話への通話回数は1回ずつとする。

次に、郁子さんは携帯電話へ x 分間、固定電話へ y 分間、合計50分間通話することを想定する。ただし、携帯電話・固定電話への通話回数は1回ずつとし、どちらも20分以上通話したものとする。

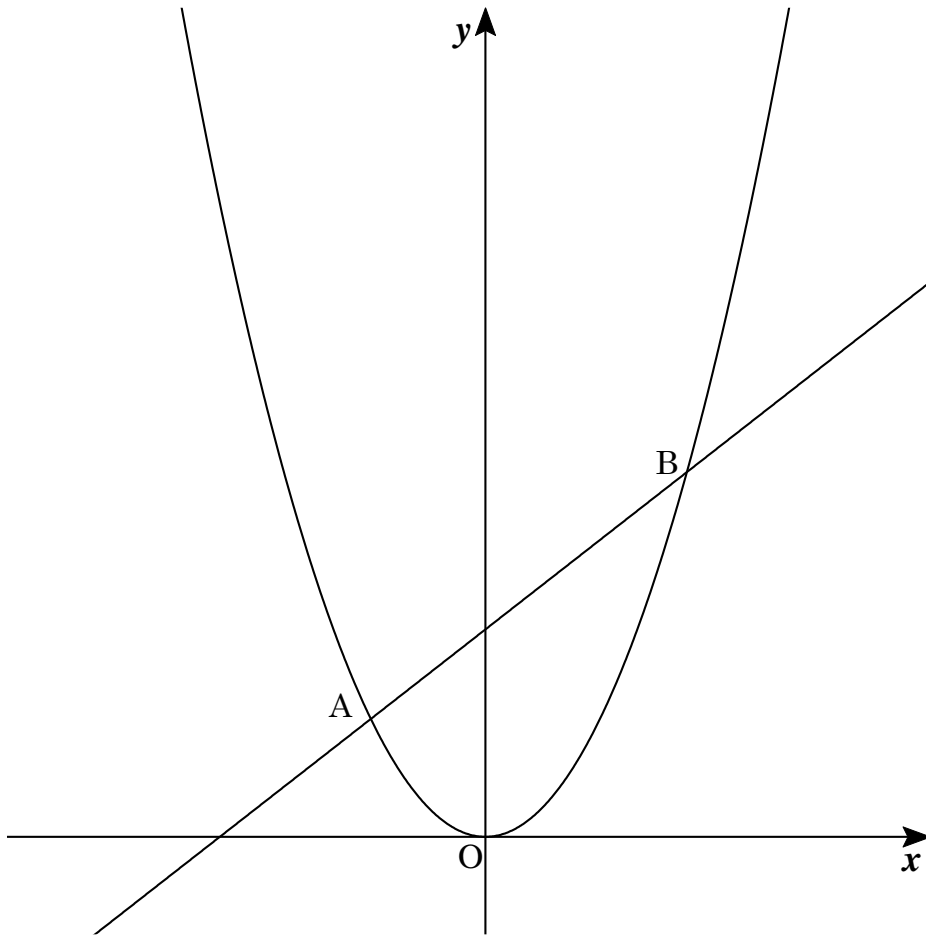
- (3) Bプランで契約したときにかかる通話料金を、 x 、 y を使って表せ。
- (4) Aプランで契約したときのほうがBプランで契約したときよりも63円高くなるという。このとき、 x 、 y の値を求めよ。

- 3 大小の2つのさいころを投げて、大きいさいころの出る目の数を a 、小さいさいころの出る目の数を b とする。 a 、 b をそれぞれ x 座標、 y 座標とする点 (a, b) を座標平面上にとる。原点を O とする。次の問いに答えよ。



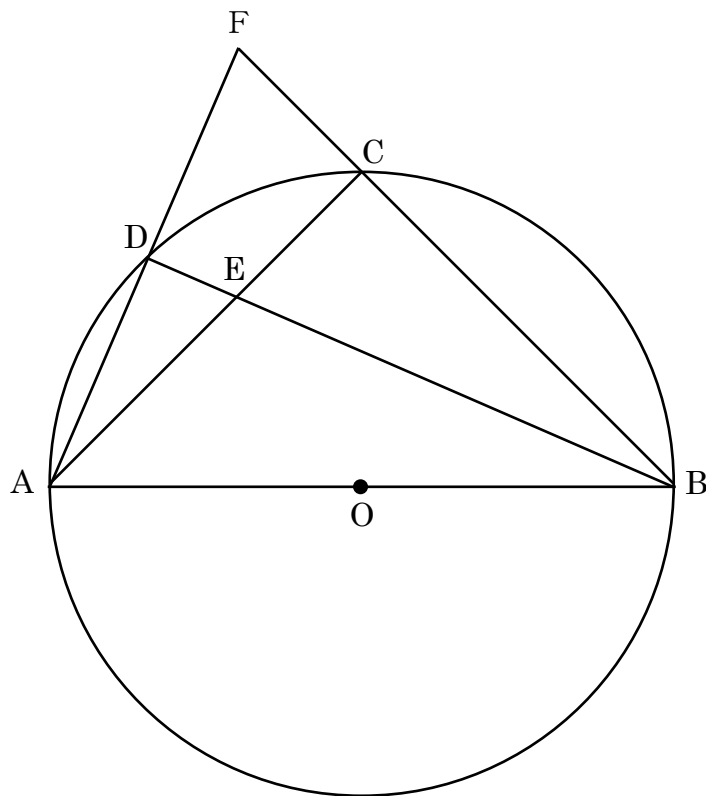
- (1) さいころを1回投げたとき、点が曲線 $y = \frac{12}{x}$ 上にある確率を求めよ。
- (2) $A(7, 7)$ とする。さいころを1回投げたときにとる点を B とする。 $\triangle OAB$ が存在しない確率を求めよ。
- (3) さいころを2回投げたとき、1回目の結果によってとる点を P 、2回目の結果によってとる点を Q とする。 $\triangle OPQ$ が二等辺三角形になる確率を求めよ。

- 4 下の図のように、放物線と直線 $y = \frac{1}{2}x + 3$ が2点A, Bで交わっている。点Bの x 座標は3である。次の問いに答えよ。



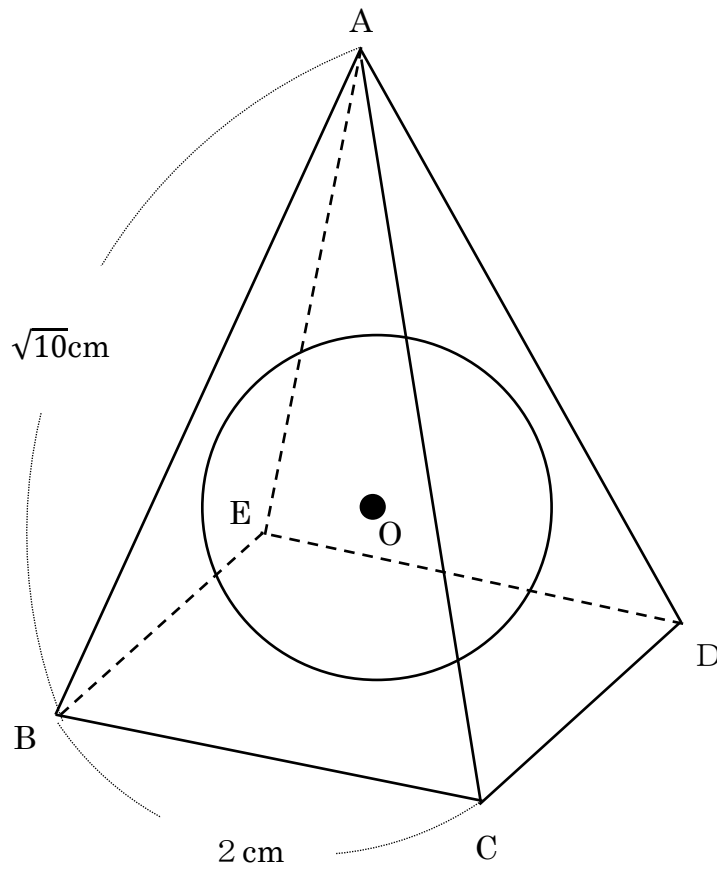
- (1) この放物線の式を求めよ。
- (2) $\triangle OAB$ と $\triangle CAB$ の面積が等しくような放物線上の点 C の座標をすべて求めよ。

- 5 図のように、4点A, B, C, Dは円Oの円周上の点であり、ABは直径である。また、点EはACとBDの交点、点FはADの延長とBCの延長の交点である。 $\triangle ADE$ と $\triangle BCE$ の面積の比が9:49、 $AD=DF$ 、 $AB=9\text{ cm}$ 、 $BC=7\text{ cm}$ であるとき、次の問いに答えよ。



- (1) CFの長さを求めよ。
- (2) DEの長さを求めよ。
- (3) $\triangle BCE$ の面積は、 $\triangle ABF$ の面積の何倍か求めよ。

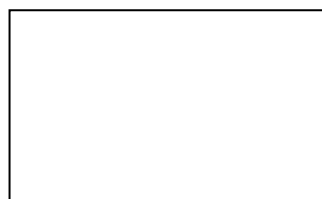
- 6 図のように、底面の1辺の長さが2 cm、他の辺の長さがすべて $\sqrt{10}$ cmである正四角錐^{すい} $A - BCDE$ のすべての面に球Oが接している。次の問いに答えよ。



- (1) 正四角錐 $A - BCDE$ の体積を求めよ。
- (2) 球Oの半径を求めよ。

受験番号		氏名	
------	--	----	--

(数学) 解答用紙



1	(1)		2	(1)	分
	(2)	$a =$ $b =$		(2)	円
	(3)			(3)	円
	(4)			(4)	$x =$ $y =$
	(5)	cm^2	3	(1)	
		(2)			
		(3)			

4	(1)		5	(1)	cm
	(2)			(2)	cm
				(3)	倍
	(2)		6	(1)	cm^3
				(2)	cm