

2024年度

東大・国立選抜（iPclass(東大専科)）試験

数学

時間50分・100点満点

受験上の注意

1. 解答用紙には、受験番号・氏名を記入すること。
2. 解答は、解答用紙の所定のところに記入すること。
記入方法を誤ると得点にならない。
3. 定規、コンパス、分度器、電卓などの道具の使用は一切認めない。
4. 試験終了の合図とともに、解答用紙・問題用紙とも回収される。

郁文館高等学校

1 次の問いに答えよ。

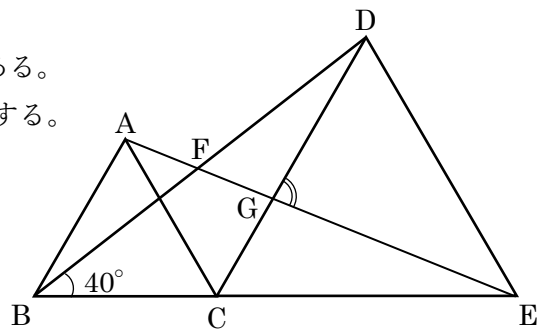
(1) $(x^2 - 2x)^2 - 7x^2 + 14x - 8$ を因数分解せよ。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} \frac{1}{5}y - \frac{3}{10}x = \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5}(2x + 1) - \frac{1}{6}y = \frac{1}{3} \end{cases}$ を解け。

(3) 原価 1500 円の品物に x 割の利益を見込んで定価をつけたが、売れなかったので定価の 25% 引きにして売ったところ、300 円の利益を得ることができた。このとき、 x の値を求めよ。

(4) 電子レンジの使用時間は出力(単位はW)に反比例することが知られている。唐揚げ弁当を温めるのに 500W で 2 分 30 秒温めることが適切な時、600W では何分何秒温めることが適切か答えよ。

(5) 右の図において、 $\triangle ABC$ と $\triangle DCE$ は正三角形である。
また、AE と BD、CD の交点をそれぞれ F、G とする。
 $\angle FBC = 40^\circ$ のとき、 $\angle DGE$ の大きさを求めよ。



2 太郎さんと花子さんが【問題】に関して話をしている。会話文を読んで以下の問いに答えよ。

【問題】2次方程式 $x^2 - 5x + 2(k + 1) = 0$ の異なる2つの解がともに自然数になるような k の値をすべて求めよ。ただし、 k は絶対値が5以下の整数とする。

太郎：2次方程式の問題だけど条件がいろいろとあって難しそうだね。 k に具体的な値を代入して

検証してみよう。例えば $k = 2$ のとき、この2次方程式の解は、 ㉗ になるね。

花子：そうね。ただ、それを続けていくのは時間と手間がかかるわ。2次方程式の解を k を用いて

表すと、 $x = \frac{\text{㉘}}{2}$ となるから、それをうまく活用できないかしら。

太郎：それを使って、まずは異なる2つの解がともに有理数になるときの k の値を考えてみよう。

花子：有理数ということは、根号の中の式に着目するとよさそうね。

太郎：そして「異なる2つの解」だから、解は2種類あるということだね。つまり……。この

2次方程式の異なる2つの解がともに有理数になるような k の値は全部で ㉙ 個あるね。

花子：なるほどね。だんだん答えに近づいてきたわ。

(1) ㉗ ， ㉘ に当てはまる数や数式を答えよ。

(2) ㉙ に当てはまる数を答えよ。求める過程を記述すること。

(3) この【問題】の答えを求めよ。

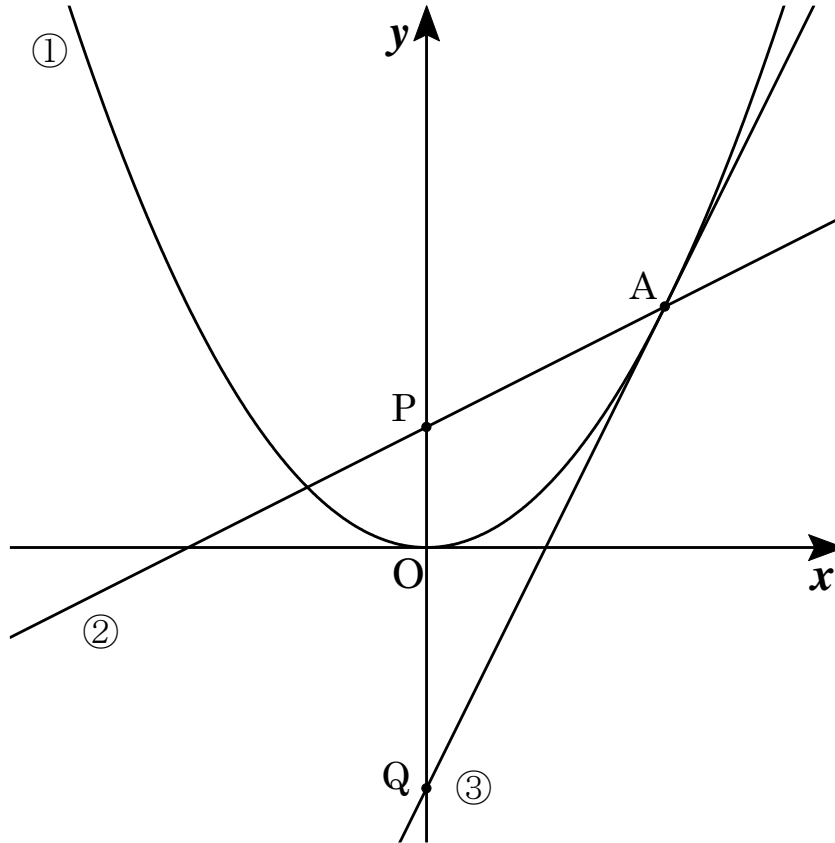
3 3つの袋 A, B, C がある。A には 1, 2 と書かれたカード, B には +, −, ×, ÷ と書かれたカード, C には 3, 4 と書かれたカードが入っている。これらの袋から $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow C$ の順にカードを 1 枚ずつ引いていく。また, 取り出したカードは袋の中に戻さないこととする。取り出したカードを左から順に並べ, カードに書かれた数字や記号を数式として計算する。このとき, 以下の問いに答えよ。ただし, 袋の中からカードを取り出すことは同様に確からしいとする。

(1) カードの取り出し方は全部で何通りあるか答えよ。

(2) 計算した結果が最も小さくなるとき, その値を求めよ。

(3) 計算した結果の絶対値が 1 以下になる確率を求めよ。

- 4 下の図のように、 $y = ax^2$ ($a > 0$) …①, $y = bx + c$ …②, $y = cx - 4$ …③ のグラフがある。
 ①, ②, ③のグラフはすべて点 A を通り、点 A の x 座標は 4 である。また、②と y 軸との交点を $P(0, 2)$, ③と y 軸との交点を Q とする。次の問いに答えよ。



- (1) a, b, c の値を求めよ。
- (2) 点 P を通り、 $\triangle APQ$ を 2 等分する直線の方程式を求めよ。
- (3) (2)で求めた直線と①の交点のうち、 x 座標が負である点を R とする。また、 y 軸に関して点 R と対称な点を S とする。 $\triangle RST$ が正三角形になるように点 T を定めるとき、点 T の座標をすべて求めよ。

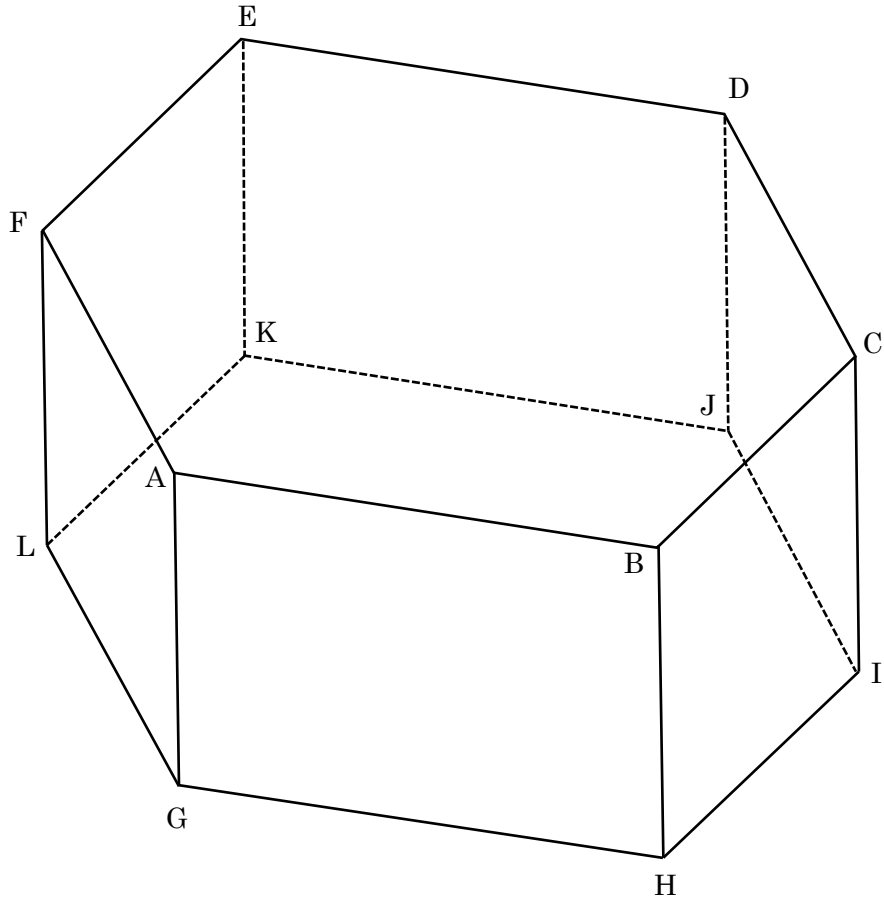
5 AB=5 cm, CD=4 cm, $\angle ABC=\angle DCB=60^\circ$, $\angle BAD=90^\circ$ である四角形 ABCD について, 次の問いに答えよ。

(1) BC の長さを求めよ。

(2) AD の長さを求めよ。

(3) BC を軸として 1 回転させてできる回転体の体積を求めよ。

6 図のように、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $AG=4\text{ cm}$ の正六角柱 $ABCDEF-GHIJKL$ がある。次の問いに答えよ。



(1) $\triangle BGI$ の面積を求めよ。

(2) 三角錐 $E-BGI$ の体積を求めよ。

受験番号		氏名	
------	--	----	--

(数学) 解答用紙

1	(1)		2	(1)	ア
	(2)	$x =$, $y =$		(1)	イ
	(3)	$x =$		〈求める過程〉	
	(4)	分 秒		(2)	ウの答え
	(5)	度			
			(3)		

3	(1)	通り	5	(1)	cm
	(2)			(2)	cm
	(3)			(3)	cm ³
4	(1)	$a =$	6	(1)	cm ²
		$b =$		(2)	cm ³
		$c =$			
	(2)				
	(3)				